SEMINARIO DE FILOSOFÍA DE LAS MATEMÁTICAS

"Historia de los fundamentos de las matemáticas"

Martes, miércoles y jueves, 8:00 a 10:00 horas,
Depto. de Matemáticas, primer piso, salón S - 104.
Ayudantías: Lunes y Viernes.

por

Dr. Alejandro Garciadiego Dantan
Departamento de Matemáticas, 016
Facultad de Ciencias, Ciudad Universitaria
Universidad Nacional Autónoma de México
04510 México, D.F.
Tel.: 5562 5414
Fax: 5562 4859
correo elec.: gardan@unam.mx

I. INTRODUCCIÓN

La finalidad de este curso es familiarizar a los estudiantes con el estudio de la historia del desarrollo de la teoría de los números cardinales y ordinales transfinitos de Cantor y con algunas de sus consecuencias más importantes; en particular, el surgimiento de una nueva rama de las matemáticas conocida como 'fundamentos de las matemáticas'. El análisis se llevará a cabo a través del estudio de fuentes primarias y secundarias. Este no es un curso meramente 'culturalista'. No se trata de asimilar una cantidad considerable de fechas y datos, aparentemente muy interesantes, pero desprovistos de contenido y significado por sí mismos. Nos motiva mayormente entender *por qué* distintos intelectuales del pasado decidieron intentar contestar ciertas preguntas o resolver ciertos problemas. Nos interesa comprender las herramientas con las que contaban, y estudiar sus posibles respuestas.

De preferencia, aunque no es estrictamente necesario, el alumno que se inscriba a esta materia deberá haber cubierto con anterioridad los créditos de un primer curso sobre Teoría de Conjuntos. Las lecciones se impartirán los días martes, miércoles y jueves. Cada sesión será conducida en forma de seminario y estará dedicada a la discusión de las lecturas asignadas para cada una de las clases. Los estudiantes deberán estudiar cuidadosamente las lecturas asignadas *antes* de clase y llegar al salón preparados con preguntas y observaciones para la discusión que deberá surgir como consecuencia de las lecturas.

Los textos básicos del curso son:

1. Abraham A. Fraenkel. *Teoría de los Conjuntos y Lógica*. México: UNAM. 1976. (Instituto de Investigaciones Filosóficas. Cuadernos # 31);
2. Alberto Dou. *Fundamentos de la Matemática*. Barcelona: Labor. 1970.

En caso de no contar con ellos en el momento deseado, también pueden ser consultados:

1. Bertrand Russell. *Introducción a la filosofía matemática,* contenido en: *Obras Completas.* Madrid: Aguilar. 1973. Vol II, págs. 1263-1390. También editado en forma individual por: Barcelona: Paidos. 1988.
2. Ivor Grattan-Guinness (editor). *Del cálculo a la teoría de conjuntos, 1630-1910. Una introducción histórica.* Madrid: Alianza Editorial. 1984. (Col. Alianza Universidad # 387).

La evaluación del curso estará determinada por la presentación de tres reseñas; la asistencia continua y puntual; y, la participación activa. Las reseñas deberán ser presentadas escritas a máquina, en papel blanco tamaño carta, a doble espacio. El texto de la reseña deberá tener una longitud **mínima** de cinco (5) cuartillas y una **máxima** de siete (7), independientemente de las referencias y notas. **No se aceptarán trabajos que no cumplan con estas normas**. Para realizar sus reseñas los estudiantes deberán consultar el ensayo publicado por el Prof. Garciadiego (páginas 279 – 293) y mencionado como la primera lectura del curso. Los estudiantes deberán consultar, además, revistas de investigación en historia y filosofía de las ciencias para comprender cómo debe hacerse una reseña. Una reseña aceptable no puede ni debe limitarse a la lectura única del libro asignado.

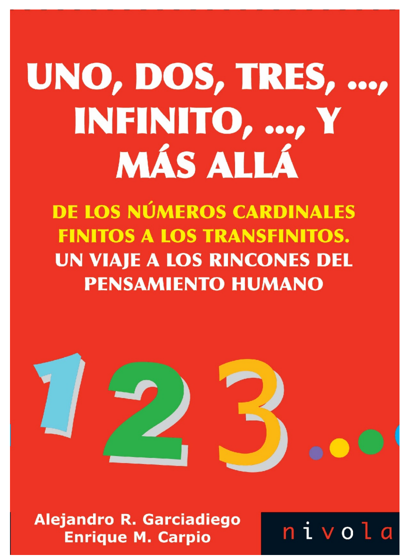
Las fechas de presentación y las obras a reseñar son:

1. **Jueves quinta semana de clases.** Hans Hahn. "El infinito", contenido en: James R. Newman. *Sigma. El mundo de las matemáticas*. México: Grijalbo. Vol IV. Parte 4. Sección 2. Págs. 384 - 401.
2. **Jueves décima semana de clases**. Joseph W. Dauben. "Georg Cantor y el Papa León XIII: las matemáticas, la teología y el infinito." *Mathesis* $\mathbf{7}_4$ (1991) 445 - 475; y,
3. **Jueves décimo quinta semana de clases**. Bertrand Russell. "Los metafísicos y las matemáticas", contenido en: James R. Newman. *Op. Cit*. Vol IV. Parte 4. Sección 1. Págs. 368 - 381.

Las calificaciones que se pueden obtener en el curso son:

NP	=	para aquellos que no hayan presentado alguna de las reseñas en la fecha acordada, no se haya presentado a examen final o tenga menos del 80% de asistencias a clase;
5	=	(0 - 5.9), para aquellos que no manejan el material mínimo de la materia;
6	=	(6 - 6.9), para aquellos que manejan *superficialmente* el material que se estudió durante el curso;
7	=	(7 - 7.9), para aquellos que manejan *adecuadamente* el material asignado en clases y no se limitaron sólo a éste;
8	=	8 - 8.9, para aquellos que manejan *bien* el material asignado en clase y otro complementario;
9	=	9 - 9.5, para aquellos que manejan *muy bien* material avanzado;
10	=	9.5 - 10, para aquellos que hayan realizado un trabajo *extraordinario*.

II. TEMARIO



Primera semana de clases

TEMA 1. INSTRUCCIONES GENERALES

Lectura:

Alejandro R. Garciadiego y Enrique M. Carpio. 2011. *Uno, dos tres, ..., infinito, ..., y más allá.* Madrid: Nivola.

Segunda semana de clases

TEMA 2. INTRODUCCIÓN AL CURSO.- ¿Qué es la historia de las ciencias y de las matemáticas? Descripción de algunos de los elementos necesarios para llevar a buen término investigación en la historia de las ideas y de algunas de las fuentes a nuestro alcance.

Lecturas:

Alejandro Garciadiego. 1996. “Historia de las ideas matemáticas: un manual introductorio de investigación”. *Mathesis* **III 5_2** (2010) 163-278.

Thomas Kuhn. 1980. “La historia de la ciencia”, contenido en: *Ensayos Científicos*. México: Conacyt. 2da ed. págs. 63 - 85.

Tercera semana de clases

TEMA 3. GENERALIDADES.- Bosquejo general de los fundamentos de las matemáticas. ¿Cuáles son las hipótesis básicas de este relato? ¿Cómo se podría sintetizar la ‘interpretación estandar’ de este evento?

Lecturas:

Morris Kline. 1992. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días, III.* Madrid: Alianza Editorial. (Col. Alianza Universidad # 729). Capítulo LI, págs. 1562 - 1602.

Cuarta semana de clases

TEMA 4. ALGUNOS ASPECTOS BIOGRÁFICOS DE CANTOR.- La literatura matemática ha formado una imagen desfavorable de la personalidad de Cantor, llena de mitos y leyendas. Se han presentado diversas interpretaciones de la influencia del padre de Cantor y de las críticas de sus colegas, así como de sus frecuentes estancias en clínicas para enfermos mentales.

Lecturas:

Eric T. Bell. 1945. *Los grandes matemáticos.* Buenos Aires: Editorial Losada. Capítulo XXIX, págs. 643 - 670.

Ivor Grattan-Guinness. 1992. "Hacia una biografía de Georg Cantor." *Mathesis* $\mathbf{8}_2$: 153 - 210.

Quinta semana de clases

Entrega primera reseña

TEMA 5. GENERALIDADES DE LA TEORÍA DE LOS NÚMEROS CARDINALES Y ORDINALES TRANSFINITOS.- Breve bosquejo de algunos de los resultados más importantes —y que mayores implicaciones han tenido— para el desarrollo de los distintos estudios sobre los fundamentos de las matemáticas.

Lecturas:

Hans Hahn. 1974. "El infinito", contenido en: James R. Newman (editor). *Σ: El Mundo de las Matemáticas*. Madrid: Editorial Grijalbo. Vol IV, págs. 384 - 401.

Joseph W. Dauben. 1983. "Georg Cantor y la teoría de conjuntos cantoriana." *Investigación y Ciencia* # 83 (Agosto) 82 - 93. [*Tratar de imprimirlo a color*].

Sexta semana de clases

TEMA 6. EL GRÜNDLAGEN DE CANTOR.- En este ensayo defiende —con argumentos matemáticos, filosóficos y teológicos— su aceptación del infinito actual como un objeto existente en matemáticas. Expresa sus ideas sobre lo que posteriormente se llamaría la 'hipótesis del continuo' y el 'axioma de elección'.

Lecturas:

Georg Cantor. 2006. *Fundamentos para una teoría general de conjuntos. Escritos y correspondencia selecta.* Barcelona: Crítica. (Edición de José Ferreirós. Col. Clásicos de la Ciencia y la Tecnología). "Introducción", págs. 9 – 78 y 83-157.

Séptima y octava semanas de clases

TEMA 7. EL BEITRÄGE DE CANTOR.- En esta su obra sintética, Cantor expuso su construcción de los números cardinales finitos y mostró, entre otras cosas, que existen conjuntos cuyo número cardinal no es finito y que poseen características muy diferentes a las de los números finitos.

Lecturas:

Clara H. Sánchez. 2007. "Contribuciones a la fundamentación de la teoría de números transfinitos. Una introducción." Mathesis **III 2**$_2$: 345 - 385.

Georg Cantor. 1895-1897. "Contribuciones a la fundamentación de la teoría de números transfinitos". Mathesis **III 2**$_2$ (2007) 387-462.

Novena semana de clases

Vacaciones de Semana Santa

No hay clases

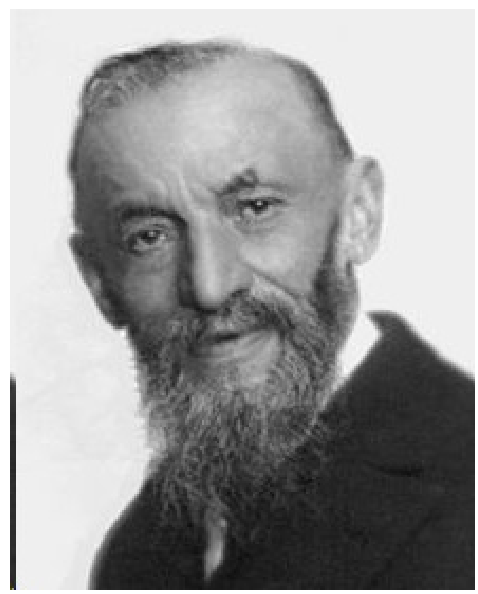
Décima semana de clases

Entrega segunda reseña

TEMA 8. LA TRADICIÓN ITALIANA.- El trabajo de Peano y el de su escuela italiana. Sus intentos por construir un nuevo lenguaje universal, y la elaboración de sus famosos axiomas.

Lecturas:

Giuseppe Peano. 1889. *Los Principios de la Aritmética*. Oviedo, España: Pentalfa ediciones. 1979. Introducción, versión castellana y bio-bibliografía de Julian Velarde L.



Décimo primera semana de clases

TEMA 9. BURALI-FORTI Y CANTOR: EL ORIGEN DE LAS PARADOJAS.- El estudio de diversas fuentes primarias y secundarias nos permitirán juzgar en que términos Burali-Forti y Cantor pensaron haber descubierto las paradojas de la teoría de conjuntos.

Lecturas:

Cesare Burali-Forti. "Una questione sui numeri transfiniti", contenido (en inglés) en: Jean van Heijenoort. *From Frege to Gödel: a source book in mathematical logic, 1879-1931.* Camb, Mass.: Harvard University Press. 1967. págs. 104 - 111 [únicamente págs. 104, 110 - 111].

Alberto Dou. *Op. cit.,* págs. 65 - 68.

Georg Cantor. "Carta a Richard Dedekind del 3 de agosto de 1899", contenido en: Georg Cantor. 2006. *Op. Cit.,* págs. 259 - 264.

Décimo segunda semana de clases

TEMA 10. *LOS PRINCIPIOS DE LAS MATEMÁTICAS* (1903) DE BERTRAND RUSSELL.- Este libro contiene la primera exposición sistemática y popular de las implicaciones matemáticas de los resultados de las obras de Peano y Cantor. Más importante aun, propone una nueva filosofía de las matemáticas apoyándose en los resultados matemáticos anteriormente discutidos.

Lecturas:

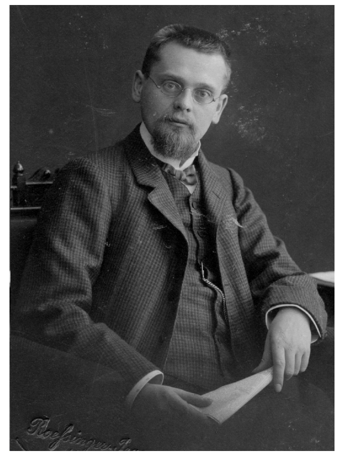
Bertrand Russell. 1959. *La evolución de mi pensamiento filosófico*. Madrid: Alianza Editorial. 1982 (2da. ed.). (Col. Libros de Bolsillo No. 605). Págs. 6 - 74 y 271 - 295.

Décimo tercera semana de clases

TEMA 11. EL TEOREMA DEL BUEN ORDEN DE ZERMELO Y ALGUNAS DE LAS POLÉMICAS QUE GENERÓ.- En 1904, Ernst Zermelo demostró, por primera vez, el teorema del buen-orden haciendo uso explícito del axioma de elección. La publicación de esta breve nota provocó fuertes disputas entre matemáticos alemanes, franceses e ingleses, al menos.

Lecturas:

Gregory H. Moore. 1978. "The origins of Zermelo's axiomatization of set theory". *Journal of Philosophical Logic* **7**: 307 - 329.



Décimo cuarta semana de clases

TEMA 12. PRIMERAS DISCUSIONES DE LOS PARADOJAS COMO CONSECUENCIA DE LAS POLÉMICAS EN TORNO AL TEOREMA DEL BUEN-ORDEN.- Las paradojas fueron inicialmente conocidas por los miembros de la comunidad matemática como consecuencia de las discusiones en torno a la prioridad de la demostración del teorema del buen-orden.

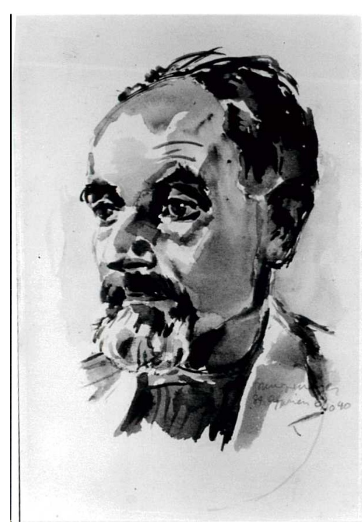
Lecturas:

Philip Jourdain. 1905. "On a proof that every aggregate can be well-ordered." *Mathematische Annalen* **60**: 465 - 470.

Henri Poincaré. 1908. *Ciencia y Método*. Madrid: Espasa-Calpe. (Col. Austral # 409). Libro II. Capítulo III, págs. 111 - 123.

Décimo quinta semana de clases

Entrega tercera reseña



TEMA 13. EL SURGIMIENTO DE OTRAS PARADOJAS: LAS SEMÁNTICAS.- Hasta ahora se ha supuesto el desarrollo de las paradojas no lógicas o semánticas como una simple consecuencia directa de las ya descubiertas por Burali-Forti, Cantor y Russell. Sin embargo, la lectura de las fuentes originales nos muestra que otros fueron sus orígenes.

Lecturas:

Jules Richard. 1905. "The principles of mathematics and the problems of sets", contenido en: Jean van Heijenoort. *Op. Cit.,* págs. 142 - 144.

Alejandro Garciadiego. 2014. "Los orígenes de las paradojas semánticas", contenido en: Alejandro R. Garciadiego. *Infinito, paradojas y principios. Escritos históricos en torno a los fundamentos de las matemáticas.* Madrid: Plaza y Valdés. Col. Nuevo Astrolabio, 3. Páginas 241 – 264.◆